UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada

APELLIDOS

NOMBRE Nº Mat.

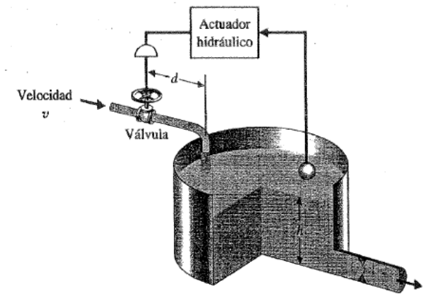
Calificación

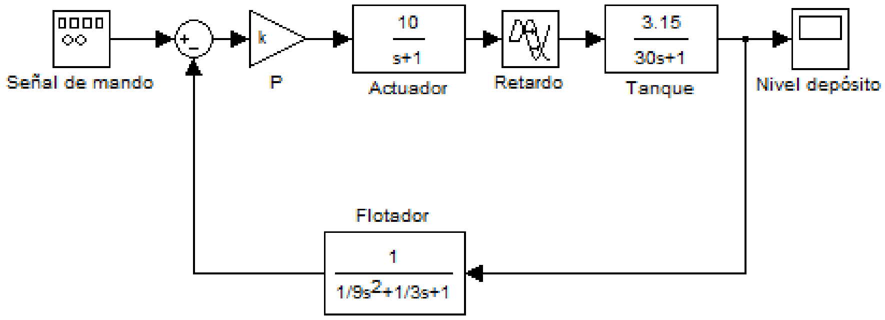
ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º **GRUPO** **Enero 2015**

1. Problema (5 puntos ev. continua, 3 puntos ev. final -60 minutos)

La figura muestra el control de un depósito. Existe un retardo entre la actuación sobre la válvula y el caudal de salida, $T_d = 1s$. El diagrama a bloques del sistema de control queda definido por una arquitectura de control realimentado. Se pide:



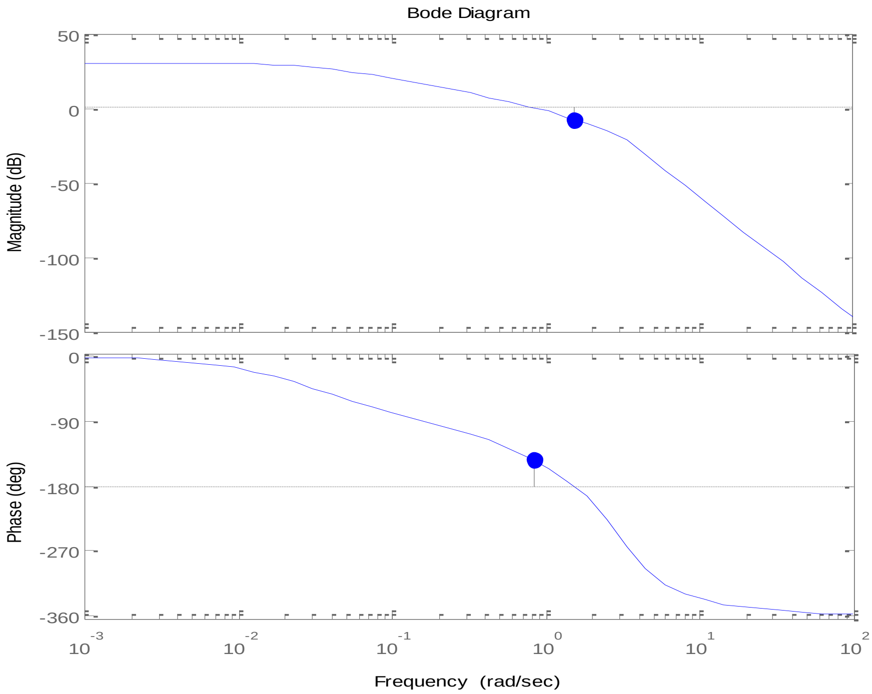


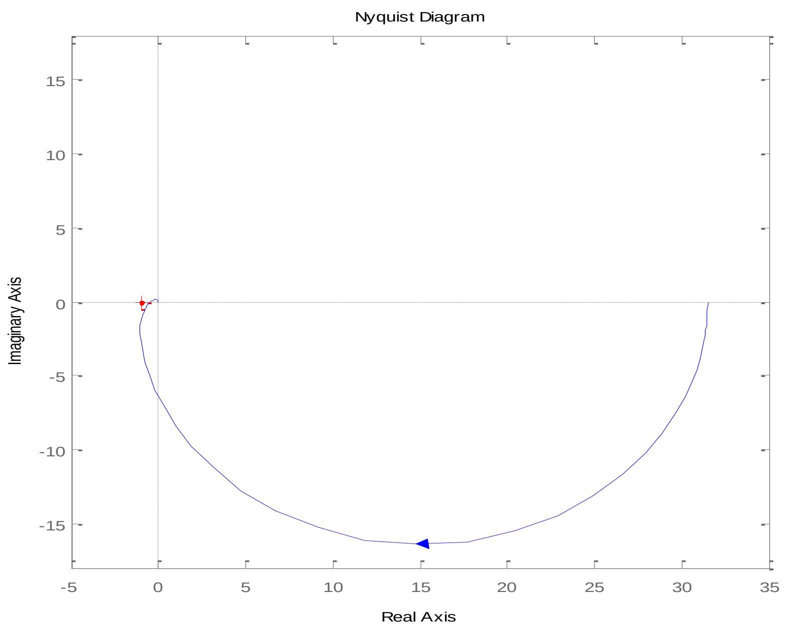
1. Considerando nulo el retardo y con k=1, calcular el margen de fase y margen de ganancia sabiendo que $\omega_g = 0.85 \left[\frac{rad}{s}\right]$ y $\omega_f = 1.5 \left[\frac{rad}{s}\right]$ (3 puntos).

$$\gamma = 180 - \left(arctg\ \omega_g + arctg\ 30\omega_g + arctg\ \frac{\omega_g/3}{1-(\omega_g^2/9)} \right) = 35º$$

$$k_g = \frac{\sqrt{1+\omega_g^2}\sqrt{1+900\omega_g^2}\sqrt{(1-\omega_g^2/9)^\wedge 2+\omega_g^2/9}}{31.5} = 2.57 <> 8dB$$

2. Considerando nulo el retardo y con k=1, dibujar el diagrama de Bode y la curva polar de la cadena abierta (2 puntos).

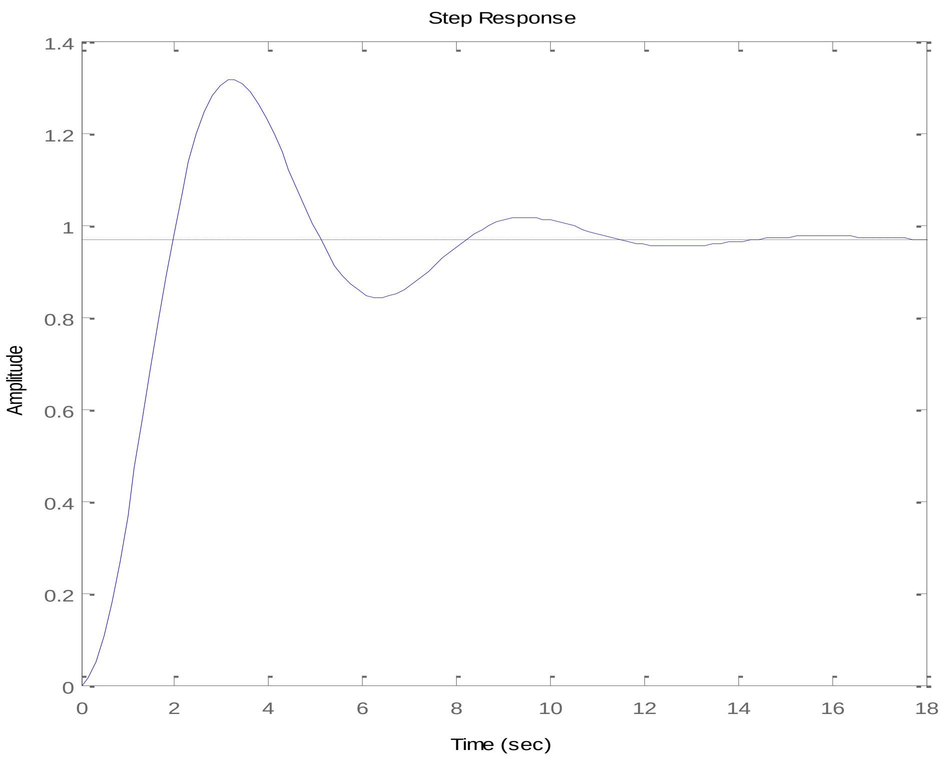




3. Bajo las condiciones de los apartados anteriores, estimar aproximadamente la respuesta temporal del sistema de control ante una entrada en escalón unitario (2 puntos).

   Haciendo un esbozo del LDR, se observa que el sistema se puede aproximar a uno equivalente de segundo orden, luego: $\xi_{cc} \approx 0.35, 0.85 \leq \omega_{n_{cc}} \leq 1$. Además la ganancia estática de la cadena cerrada es: $k = \frac{31.5}{1+31.5} = 0.97$. Con estos datos y considerando $\omega_{n_{cc}} \approx 1$, se tiene:

$$t_s = 9s, t_p = 3.4s, Mp = 31\%, t_r = 2s$$



escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada	**APELLIDOS** **NOMBRE** Nº Mat. **ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA** **CURSO 3º GRUPO Enero 2015**	Calificación

4. Determinar el margen de fase del sistema de control considerando el retardo temporal de 1s (1 puntos).
   El retardo no modifica la frecuencia de cruce de ganancia. El margen de fase habrá que restar el desfase introducido por el retardo:

$$\gamma = 180 - \left(arctg\ \omega_g + arctg\ 30\omega_g + arctg\ \frac{\omega_g/3}{1-(\omega_g^2/9)} - \omega_g \right) \frac{180}{\pi} = -14º$$

5. Calcular el valor de k para que el margen de fase sea de 40º considerando el retardo temporal (2 puntos).

   Si se desea mejorar el margen de fase habrá que disminuir la frecuencia de cruce de ganancia. Habrá que variar k. La variación de k no modifica el argumento de la cadena abierta. Se localiza la nueva frecuencia de cruce de ganancia mediante:

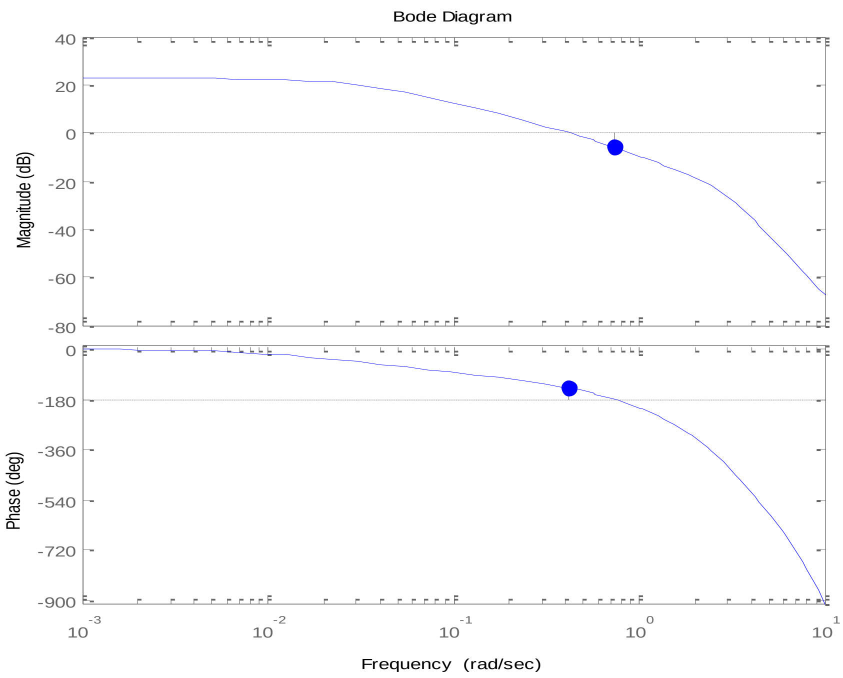
$$\phi(\omega_g^*) = -180 + 40 = -120º$$

$$120 \approx 90 + 0 + \left(arctg\ \omega_g^* + \omega_g^*\right)\frac{180}{\pi}$$

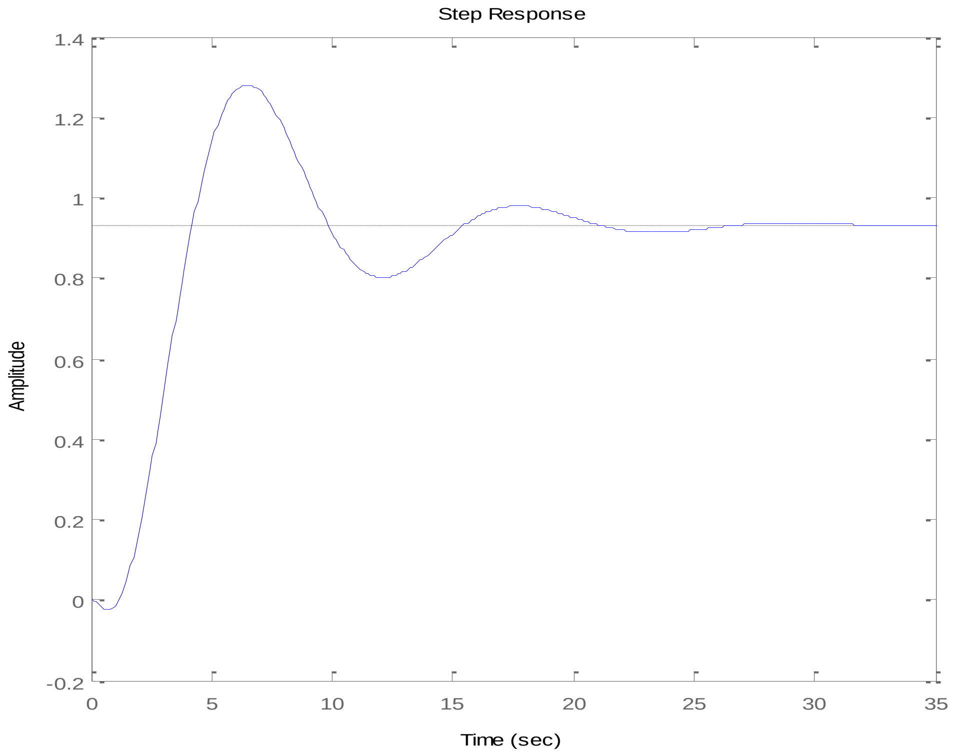
   La nueva frecuencia de cruce de ganancia está alrededor de 0.5 rad/s. Para que sea esta frecuencia requiere cumplir:

$$\frac{k \cdot 31.5}{\sqrt{1+\omega_g^{*2}}\sqrt{1+900\omega *_g^2}} \approx 1$$

   El valor de k está alrededor de 0.5.
   Para este valor del regulador, se procede a la simulación de su respuesta en frecuencia y la evolución temporal ante una entrada en escalón.



Respuesta al escalón con aproximación de Pade.



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada

APELLIDOS

NOMBRE Nº Mat.

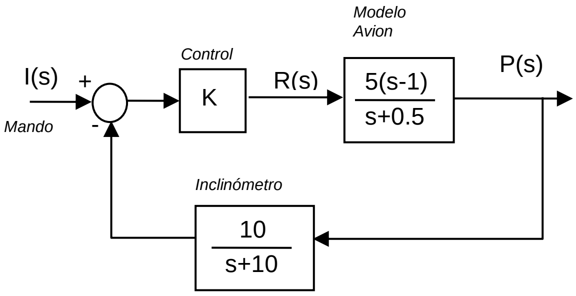
Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º GRUPO Enero 2015

Problema 2 <u>(5 puntos ev. continua, 3 puntos ev. final -50 minutos)</u>

Se desea realizar el control de inclinación (pitch) de un aeromodelo de escala media como el de la figura, de forma que siga la señal de mando I(t) (radianes). Para ello se le ha dotado de unos alerones que se mueven según una señal de referencia R(t) y que imprimen un efecto sobre la inclinación del avión P(t) (radianes) cuando este está en movimiento.



Para poder abordar el control se ha obtenido un modelo incremental del sistema así como del inclinómetro utilizado para saber la actitud del avión (*orientación del avión respecto al horizonte*), que al ser de bajo coste tiene una respuesta relativamente lenta. Como consecuencia, tras mucho trabajo de simplificación se llega al esquema de control por compensación del error reflejado por el diagrama de bloques, el cual se quiere estudiar para ver el efecto que tiene el valor de K en el comportamiento del avión.

Se pide:

1.- ¿Qué condiciones debe cumplir K para que el sistema sea estable? (2 puntos)

2.- Estudiar los errores cometidos en posición, velocidad y aceleración. Si en condiciones nominales todas las variables del modelo son en realidad nulas, ¿Qué inclinación -en grados -adoptará el avión si se solicitan 0.1 radianes? (2 puntos)

3.- Estudiar para <u>cualquier valor de K</u> la situación de los polos dominantes del sistema y discutir como es el comportamiento del mismo (aplíquese la técnica del Lugar de las raíces –trazado directo e inverso-, obteniendo todos los valores significativos) (5 puntos)

4.- ¿Qué valor de K seleccionaría? Justifique la respuesta lo más completamente posible. (1 punto)

1.- ¿Qué condiciones debe cumplir K para que el sistema sea estable?

Obtenemos el polinomio característico y aplicamos Routh. Al ser un polinomio de segundo orden, las condiciones de Routh son las mismas que C-V:

$$M(s) = \frac{K\dfrac{5(s-1)}{s+0{,}5}}{1+K\dfrac{50(s-1)}{(s+0{,}5)(s+10)}} \xrightarrow{yields} P(s) = s^2 + 10{,}5s + 50Ks - 50K + 5$$

$$50K + 10{,}5 > 0 \rightarrow K > -0.21$$

$$-50K + 5 > 0 \rightarrow K < 0.1$$

y por tanto: $\boldsymbol{-0{,}21 < K < 0.1}$

2.- Estudiar los errores cometidos en posición, velocidad y aceleración. Si en condiciones nominales todas las variables del modelo son en realidad nulas, ¿Qué inclinación -en grados - adoptará el avión si se solicitan 0.1 radianes?

Es un sistema con realimentación no unitaria. Calculamos la ganancia estática de realimentación y aplicamos la fórmula para este tipo de error:

$$K_H = \lim_{s\to 0} H(s) = 1$$

$$E_{rp} = \lim_{s\to 0} sX(s)\frac{1}{K_H}\left(1 - K_H M(s)\right) = \lim_{s\to 0} sX(s)\frac{1}{K_H}\left(1 - K_H\frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}\right)$$

El error de posición será para $X(s) = \frac{1}{s}$ y por tanto:

$$\boldsymbol{Ep} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1-10}\boldsymbol{K}} \qquad \text{para } -0.21<K<0.1 \text{ (apartado1)}$$

Los errores de velocidad y aceleración seran infinitos al ser distinto de cero el error de posición

Si se solicitan 0,1 radianes, el sistema responderá con:

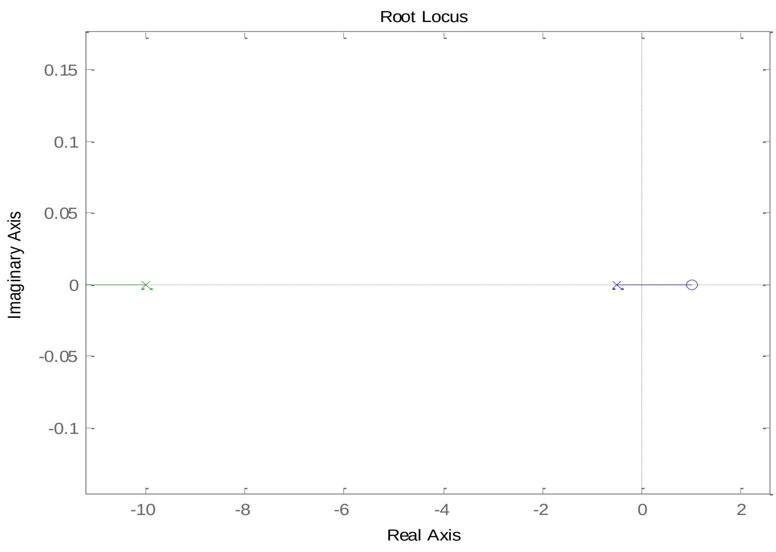
$$P = \lim_{s\to 0} s\frac{0{,}1}{s}\left(M(s)\right) = 0{,}1\frac{50K}{50K-5}$$

Dado que las condiciones nominales son nulas, el valor real coincidirá con el incremental, por lo que sólo hay que pasarlo a grados:

$$\boldsymbol{P} = \frac{\mathbf{180}}{\boldsymbol{\pi}}\frac{\mathbf{5}\boldsymbol{K}}{\mathbf{50}\boldsymbol{K}\mathbf{-5}}$$

3.- Estudiar para <u>cualquier valor de K</u> la situación de los polos dominantes del sistema y discutir como es el comportamiento del mismo (aplíquese la técnica del Lugar de las raíces –trazado directo e inverso-, obteniendo todos los valores significativos)

Nos piden el LDR directo e inverso, dado que el sistema es estable tanto para valores positivos como negativos. El LDR directo es muy inmediato y sin calculos relevantes, dado que sabemos que la K crítica es 0.1 y por el dibujo sabemos que se situará el polo inestable en 0:



El lugar de las raices inverso, requiere sin embargo del computo de los puntos de dispersión y confluencia y del corte con el eje imaginario.

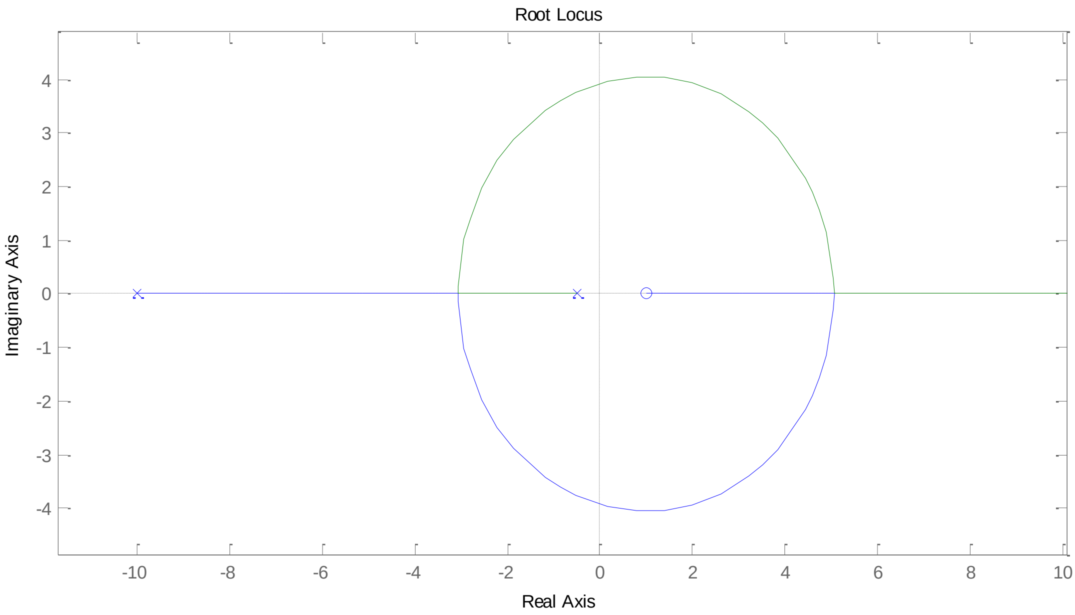
Puntos de dispersión:

$$K_{ldr} = -\frac{s^2 + 10.5s + 5}{s - 1} \Rightarrow \frac{\partial K_{ldr}}{\partial s} = 0 \Rightarrow \frac{(2s + 10.5)(s - 1) - (s^2 + 10.5s + 5)}{\dots} = 0$$

$$s^2 - 2s - 15.5 = 0 \Rightarrow s = 5.06 \; y \; s = -3.06$$

Corte con el eje imaginario. Se produce para K=-0.21 (primer apartado) y por tanto:

$$P(s) = s^2 + 15.5 = 0 \Rightarrow s = \pm 3.93j$$



4.- ¿Qué valor de K seleccionaría? Justifique la respuesta lo más completamente posible.

Del apartado 2 se deduce que el error será menor en la medida en que K sea más negativo antes de que el sistema se vuelva inestable. Por otro lado, el polo dominante queda determinado por el polo que en el LDR inverso sale desde -0.5 y avanza hasta el punto de dispersión. En ese lugar el sistema tiene la constante de tiempo más pequeña, antes de comenzar a oscilar y volverse más lento. Por tanto, parece que el mejor punto de trabajo es el punto de dispersión -3.06.

Gracias al criterio del modulo podemos obtener el valor de K en este punto:

$$|K_{ldr}| = \frac{\prod dp_i}{\prod dz_i} = \frac{(3.06 - 0.5)(10 - 3.06)}{1 + 3.06} = 4.376$$

$$K_{ldr} = 50K \Rightarrow K = \frac{-4.376}{50} = -0.0875$$